國立聯合大學 106 學年度

寒假轉學生招生考試試題紙

科目：工程數學 B 第 1 頁共 2 頁

一、非選擇題(50%)

1. 求下列常微分方程式之解

(1). $y'(x)+2y=2y^2, y(0)=3$ (10%)

(2). $(\cos(xy)+x/y)dx+(1+(x/y)\cos(xy))dy=0$, $y(0)=1$ (10%)

(3). $x^2y''-2xy'-4y=0$, $y(1)=4$, $y'(1)=6$ (10%)

2. 利用拉普拉斯轉換(Laplace Transform)，求下列常微分方程式

(1). $y(t)+\int_0^t y(\tau)\sin(t-\tau)d\tau=t$ (10%)

(2). $y''(t)+4y'(t)+3y(t)=[u(t-1)-u(t-2)], y(0)=0, y'(0)=0$ (10%)

二、選擇題(50%)

3. 微分方程 $\boldsymbol{y}'=\boldsymbol{A}\boldsymbol{y}+\boldsymbol{g}$ ，即 $\begin{cases} dy_1/dt=-3y_1+y_2-6e^{-2t}, & y_1(0)=0 \\ dy_2/dt=y_1+3y_2+2e^{-2t}, & y_2(0)=1 \end{cases}$ ，求

(1). 其中特徵值(eigenvalues) λ_1，λ_2 為: (A) $\lambda_1=-2, \lambda_2=4$,(B) $\lambda_1=-2, \lambda_2=-4$, (C) $\lambda_1=2, \lambda_2=4$,(D) $\lambda_1=2, \lambda_2=-4$ (8%)

(2). 其特徵值 λ_1，λ_2 所對應之特徵向量(eigenvectors) $\boldsymbol{v}_1$，$\boldsymbol{v}_2$ 為: (A) $\boldsymbol{v}_1=\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}, \boldsymbol{v}_2=\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}$, (B) $\boldsymbol{v}_1=\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}, \boldsymbol{v}_2=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$,(C) $\boldsymbol{v}_1=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}, \boldsymbol{v}_2=\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}$,(D) $\boldsymbol{v}_1=\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}, \boldsymbol{v}_2=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ (8%)

(3). 由特徵值 λ_1，λ_2 及特徵向量 $\boldsymbol{v}_1$，$\boldsymbol{v}_2$ 所形成之矩陣 $\boldsymbol{Y}=[\lambda_1\boldsymbol{v}_1 \quad \lambda_1\boldsymbol{v}_1]$ 為: (8%)

(A) $\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}-e^{-2t} & e^{-4t}\\ e^{-2t} & -e^{-4t}\end{bmatrix}$,(B) $\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}e^{-2t} & e^{-4t}\\ -e^{-2t} & e^{-4t}\end{bmatrix}$,(C) $\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}e^{-2t} & e^{-4t}\\ e^{-2t} & -e^{-4t}\end{bmatrix}$,(D) $\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}-e^{-2t} & e^{-4t}\\ e^{-2t} & e^{-4t}\end{bmatrix}$

(4).矩陣 $\boldsymbol{Y}$ 之反矩陣 (inverse matrix $\boldsymbol{Y}^{-1}$)為:

(A) $\boldsymbol{Y}^{-1}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} e^{2t} & e^{2t} \\ e^{4t} & -e^{4t} \end{bmatrix}$, (B) $\boldsymbol{Y}^{-1}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} -e^{2t} & e^{2t} \\ e^{4t} & e^{4t} \end{bmatrix}$,(C) $\boldsymbol{Y}^{-1}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} -e^{2t} & e^{2t} \\ -e^{4t} & e^{4t} \end{bmatrix}$,

(D) $\boldsymbol{Y}^{-1}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} e^{2t} & -e^{2t} \\ e^{4t} & -e^{4t} \end{bmatrix}$ (8%)

(5). 其中 $\boldsymbol{y}'=\boldsymbol{A}\boldsymbol{y}$ 之齊次解 $\boldsymbol{y}_h$ 為: (A) $\boldsymbol{y}_h=c_1\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}e^{-2t}+c_2\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}e^{4t}$,

(B) $\boldsymbol{y}_h=c_1\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}e^{-2t}+c_2\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}e^{-4t}$,(C) $\boldsymbol{y}_h=c_1\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}e^{2t}+c_2\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}e^{4t}$,

(D) $\boldsymbol{y}_h=c_1\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}e^{2t}+c_2\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}e^{-4t}$ (8%)

(6). 其解 $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{y}_h+\boldsymbol{y}_p$ 為: (A) $\boldsymbol{y}_h=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix}e^{-2t}+\frac{3}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}e^{4t}+\frac{3}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}te^{2t}$,

(B) $\boldsymbol{y}_h=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}e^{-2t}+\frac{3}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}e^{4t}+\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}te^{-2t}$,(C) $\boldsymbol{y}_h=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix}e^{-2t}+\frac{3}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}e^{-4t}-2\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}te^{-2t}$,

(D) $\boldsymbol{y}_h=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix}e^{-2t}+\frac{3}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}e^{4t}-2\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}te^{-2t}$ (10%)